Najvažnije formule iz matematike

Merenje dužine:

Osnovna jedinica je jedan metar ($1m$)

Manje jedinice:

- decimetar $1m=10dm$ $1dm=0{,}1m$
- centimetar $1m=100cm$ $1cm=0{,}01m$
- milimetar $1m=1000mm$ $1mm=0{,}001m$

Veća jedinica:

- kilometar $1km=1000m$ $1m=0{,}001km$

Merenje površine

Osnovna jedinica je jedan metar kvadratni ($1m^2$)

Manje jedinice:

- decimetar kvadratni $1m^2=100dm^2$ $1dm^2=0{,}01m^2$
- centimetar kvadratni $1m^2=10000cm^2$ $1cm^2=0{,}0001m^2$
- milimetar kvadratni $1m^2=1000000mm^2$ $1mm^2=0{,}000001m^2$

Veće jedinice:

- ar $1a=100m^2$ $1m^2=0{,}01a$
- hektar $1ha=10000m^2$ $1m^2=0{,}0001ha$
- kilometar kvadratni $1km^2=1000000m^2$ $1m^2=0{,}000001km^2$

Merenje zapremina

Osnovna jedinica je jedan metar kubni ($1m3$)

Manje jedinice:

- decimetar kubni $1m^3=1000dm^3$ $1dm^3=0{,}001m^3$
- centimetar kubni $1m^3=1000000cm^3$ $1cm^3=0{,}000001m^3$
- milimetar kubni $1m^3=1000000000mm^3$ $1mm^3=0{,}000000001m^3$

Veće jedinice:

- kubni dekametar $1dam^3=1000m^3$ $1m^3=0{,}001dam^3$
- kubni hektometar $1hm^3=1000000m^3$ $1m^3=0{,}000001hm^3$
- kubni kilometar $1km^3=1000000000m^3$ $1m^3=0{,}000000001km^3$

Mera "litar" je osnovna jedinica za merenje zapremine tečnosti: $1l=1dm^3$

Manje jedinice:

- decilitar $1l=10dl;1dl=0,1$
- centilitar $1l=100cl;1cl=0,01l$
- mililitar $1l=1000ml;1ml=0,001l$

Veće jedinice:

- hektolitar $1hl=100l;1l=0,001hl$
- kilolitar $1kl=1000l;1l=0,0001kl$

Deljivost brojeva

Definicije:

Broj a je deljiv brojem b ako je u jednakosti $a=b\cdot k+r$ ostatak $r=0$, to jest $a=b\cdot k$

.Broj nula je deljiv svim prirodnim brojevima, to jest $0:b=0$, gde je $b\in\mathrm{N}$

.Nulom ne možemo da delimo.

Prost broj je prirodni broj koji ima samo dva delioca: 1i sam taj broj.
Složen broj je prirodni broj koji ima više od dva delioca.
Broj 1ne ubrajamo ni u proste ni u složene brojeve.

Najveći zajednički delilac za dva prirodna broja ili više njih jeste najveći broj kojim je deljiv svaki od datih brojeva.

Najmanji zajednički sadržalac za dva prirodna broja ili više prirodnih brojeva jeste najmanji broj u kojem se dati brojevi sadrže.

Pravila deljivosti

Broj je deljiv sa 2 ako je paran, ili ako se završava cifrom $0,2,4,6,8$.

Broj je deljiv sa 3 ako je zbir cifara tog broja deljiv sa 3

.Broj je deljiv sa 4 ako je dvocifreni završetak tog broja deljiv sa 4.

Broj je deljiv sa 5 ako se završava cifrom 0 ili 5

Broj je deljiv sa 8 ako je trocifreni završetak tog broja deljiv sa 8

Broj je deljiv sa 9 ako je zbir cifara tog broja deljiv sa 9

Broj je deljiv sa $10,100,1000,...$ ako se završava sa $1,2,3,...$ nule.

Broj je deljiv sa 25 ako je dvocifreni završetak tog broja $00,25,50,75$.

Stepen

Definicija $a^n=a\cdot a\cdot\ldots\cdot a$, *gde a množimo n puta*

$a^0=1$ $a^1=a$ $1^n=1;$

Proizvod dva stepena istih osnova $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

Količnik dva stepena istih osnova $a^m a^n=a^m:a^n=a^{m-n}$

Stepen stepena $(a^m)^n=a^{m\cdot n}$

Stepen proizvoda dva realna broja $(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$

Stepen količnika dva realna broja $(ab)^n=a^n b^n$

Distributivni zakon $a(b+c)=ab+ac$

Binom × binom $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

Kvadrat binoma $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Razlika kvadrata $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

Linearna funkcija

Eksplicitni oblik $y=kx+n$

Implicitni oblik $ax+by+c=0$

Nula funkcije $y=kx+n$ je rešenje jednačine $kx+n=0$, tj. broj $-nk$ a tačka $N=(-nk,0)$ je presek grafika funkcije i x-ose.

Grafik linearne funkcije $y=kx+n$ je prava koja seče y-osu u tački čije su koordinate $(0,n)$

.Funkcija $y=kx+n$ je rastuća (oznaka: y↗) ako je $k>0$, a opadajuća (oznaka: y↘) ako je $k<0$

.Znak linearne funkcije:

- Ako je $k>0$ onda $y>0$ za $x\in(-nk,+\infty)$ i $y<0$ za $x\in(-\infty,-nk)$
- Ako je $k<0$ onda $y>0$ za $x\in(-\infty,-nk)$ i $y<0$ za $x\in(-nk,+\infty)$

Dva grafika su paralelna ako njihove linearne funkcije imaju jednake koeficijente pravca.

Tačka pripada grafiku funkcije ako njene coordinate zadovoljavaju jednakost kojom je data linearna funkcija.

Geometrija

Trougao

Uglovi trougla

Prema uglovima, sve trouglove delimo na:

- oštrougle (sva tri ugla su oštra);
- pravougle (jedan prav, dva oštra);
- tupougle (jedan tup, dva oštra).

U svakom trouglu zbir unutrašnjih uglova iznosi $180°$ $\alpha+\beta+\gamma=180°$

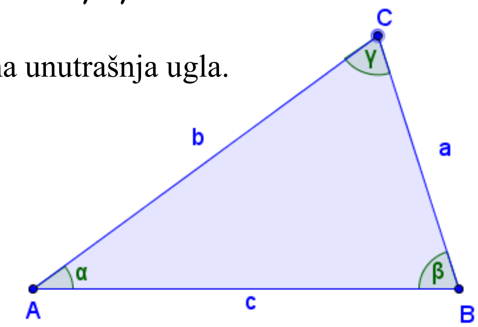
Zbir spoljašnjih uglova svakog trougla iznosi $360°$ $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1=360°$

Zbir unutrašnjeg i odgovarajućeg spoljašnjeg ugla trougla je opružen ugao.

$$\alpha+\alpha_1=180° \qquad \beta+\beta_1=180° \qquad \gamma+\gamma_1=180°$$

Spoljašnji ugao trougla jednak je zbiru dva njemu nesusedna unutrašnja ugla.

$\alpha_1=\beta+\gamma$ $\beta_1=\alpha+\gamma$ $\gamma_1=\alpha+\beta$



Stranice trougla

Prema dužini stranica, sve trouglove delimo na:

- raznostrane (sve stranice su različite dužine): $a\neq b\neq c$
- jednakokrake (dve stranice su jednake i zovemo ih kraci, treću zovemo osnovica): $a\neq b=c$
- jednakostranične (sve tri stranice su jednake, i sva tri ugla jednaka ($60°$): $a=b=c$

Zbir dužina svake dve stranice veći je od dužine treće stranice i razlika svake dve stranice manja je od treće stranice.

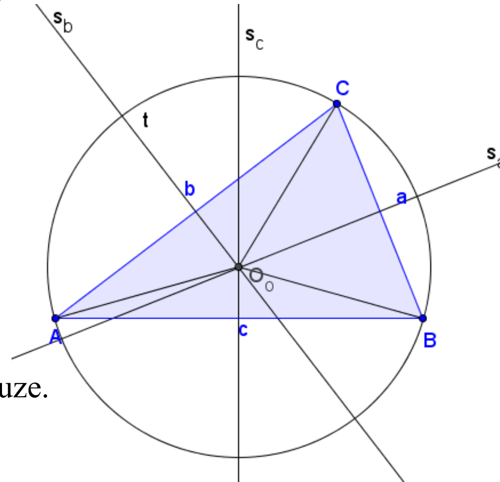
$|a-b|<c<a+b$ $|b-c|<a<b+c$ $|c-a|<b<c+a$

Naspram jednakih stranica nalaze se jednaki uglovi, i obratno, naspram jednakih uglova nalaze se jednake strance.

Naspram veće stranice je veći ugao, i obratno, naspram većeg ugla, veća je stranica.

Značajne tačke trougla

- **Centar opisane kružnice trougla O_o**

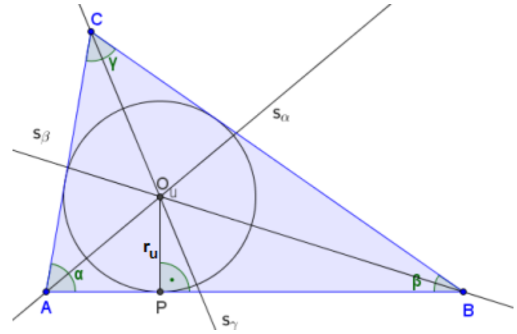


Centar opisane kružnice trougla O_o nalazi se u preseku simetrala

stranica trougla a poluprečnik je $r_o=O_oA=O_oB=O_oC$.

Centar opisane kružnice pravouglog trougla nalazi se na polovini hipotenuze.

- **Centar upisane kružnice trougla O_u**

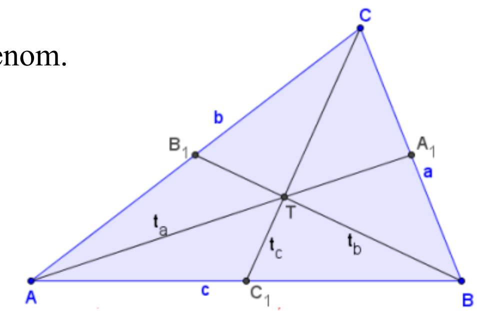


Centar upisane kružnice trougla O_u

nalazi se u preseku simetrala uglova trougla a poluprečnik je $r_u=O_oP$

.

- **Težište trougla T**



Težišna duž je duž koja spaja središte stranice sa naspramnim temenom.

Težište trougla T nalazi se u preseku težišnih duži trougla:

$t_a \cap t_b \cap t_c = T$.

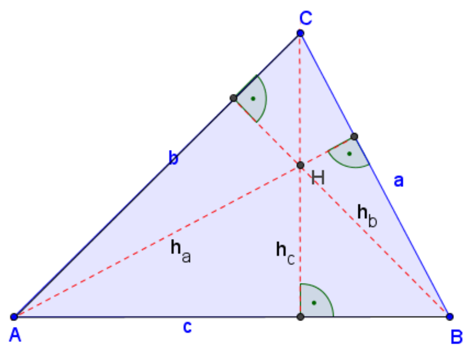
Pri tom je $AT=2TA_1$ $BT=2TB_1$ $CT=2TC_1$

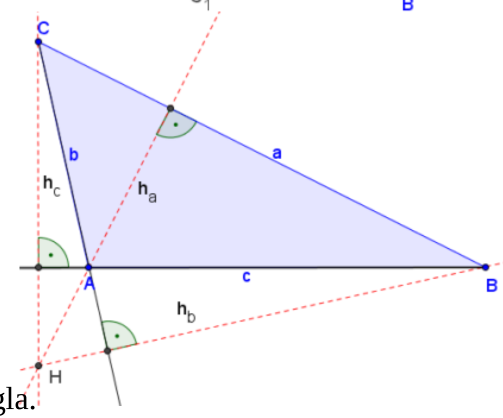
- **Ortocentar trougla H**

Ortocentar trougla H nalazi se u

preseku pravih kojima pripadaju

visine trougla: $h_a \cap h_b \cap h_c = H$





U pravouglom trouglu ortocentar se poklapa sa temenom kod pravog ugla.

Obim i površina trougla

Za svaki trougao je: $O=a+b+c$

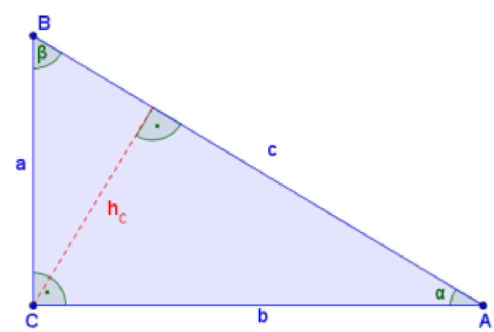
$$P=\frac{a\cdot h_a}{2}=\frac{b\cdot h_b}{2}=\frac{c\cdot h_c}{2}$$

Obim jednakokrakog trougla je $O=a+2b$

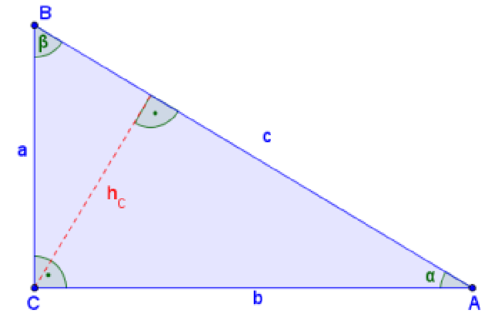
a obim jednakostraničnog trougla je $O=3a$

Površina pravouglog trougla se računa kao

$$P=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{c\cdot h_c}{2}$$



Pitagorina teorema



Kvadrat nad hipotenuzom c jednak je zbiru kvadrata nad katetama

a i b pravouglog trougla. $c^2=a^2+b^2$

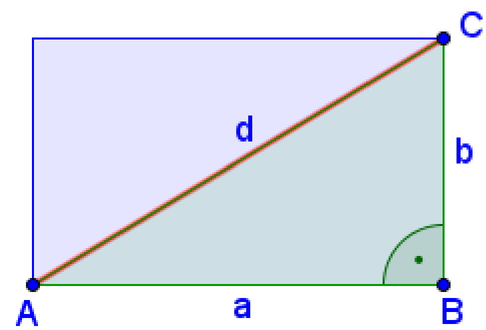
Ukoliko je nepoznata kateta pravouglog trougla, tada:

$a^2=c^2-b^2$ $b^2=c^2-a^2$

Obratna teorema: Trougao kod kojeg je zbir kvadrata dve manje stranice jednak kvadratu treće, najveće stranice, jeste pravougli trougao.

Primena Pitagorine teoreme

Pravougaonik

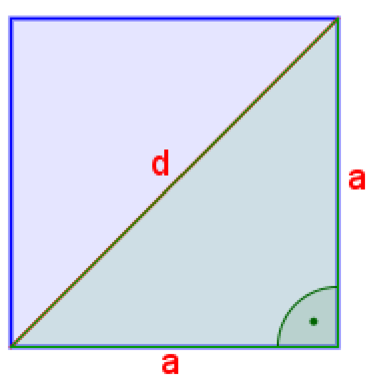


$$d^2 = a^2+b^2 \text{ ili } d=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$O=2\cdot a+2\cdot b$$

$$P=a\cdot b$$

Kvadrat



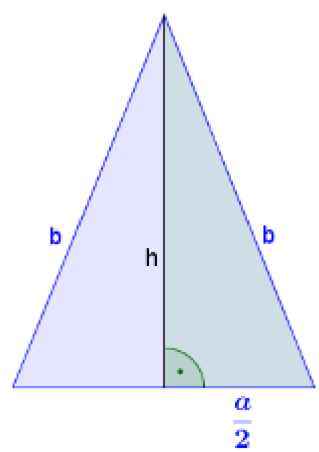
$$d=a\sqrt{2}$$

$$O=4\cdot a$$

$$P=a^2$$

$$P=\frac{d^2}{2}$$

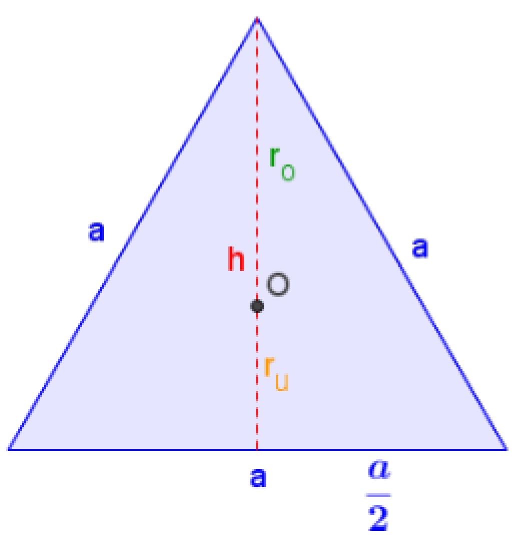
Jednakokraki trougao



$$b^2 = h^2 + (a/2)^2$$

$$h^2 = b^2 - (a/2)^2$$

Jednakostranični trougao



$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$O=3a$$

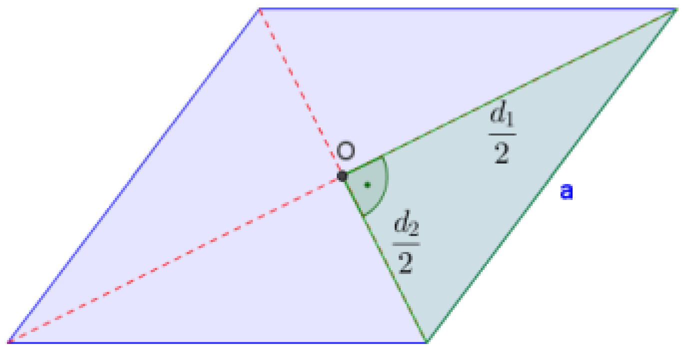
$$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$r_u+r_o=h$$

$$r_u=\frac{h}{3}$$

$$r_o=\frac{2}{3}h$$

Romb



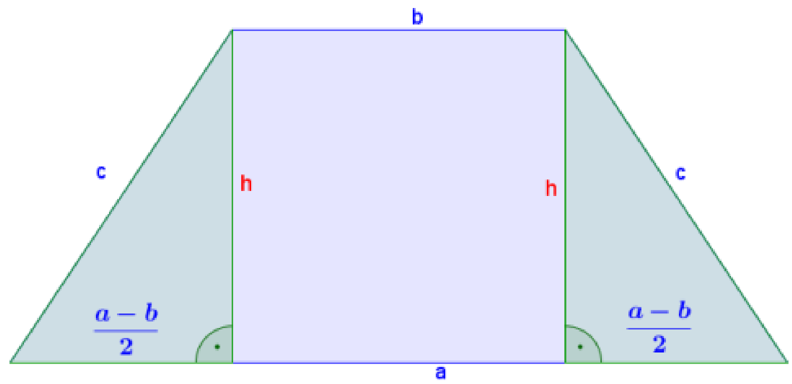
$$a^2 = (d_1 / 2)^2 + (d_2 / 2)^2$$

$$O = 4 \cdot a$$

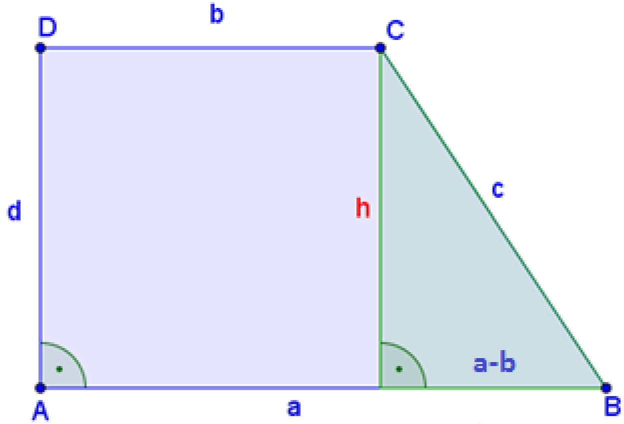
$$P = a \cdot h$$

$$P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Jednakokraki i pravougli trapez



$$c^2 = h^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

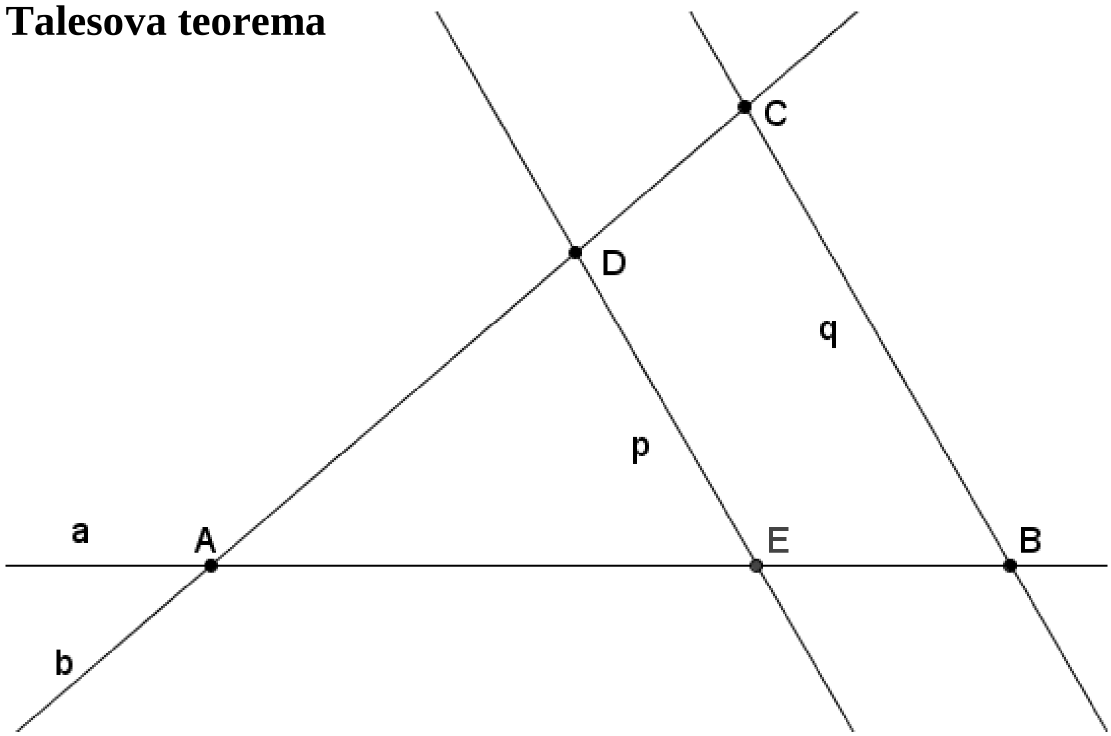


$$c^2 = h^2 + (a-b)^2$$

$$O = a+b+c+d$$

$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h = m \cdot h$$

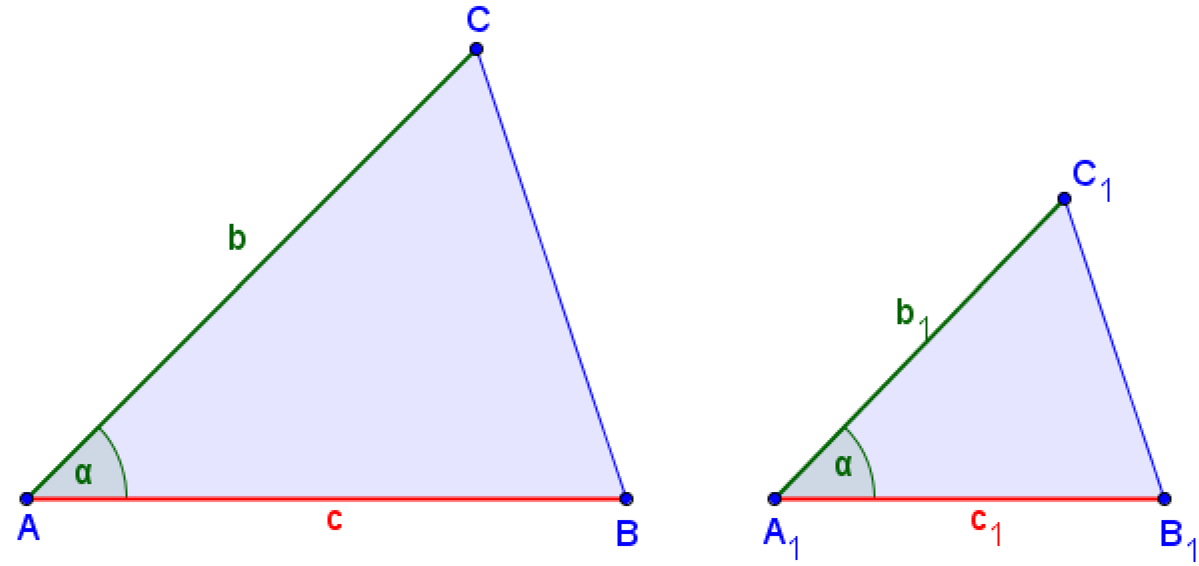
Talesova teorema



Ako dve paralelne prave seku krake konveksnog ugla sa temenom u tački A, i to jedan krak u tačkama E i B, a drugi u tačkama D i C, onda je:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

Sličnost trouglova

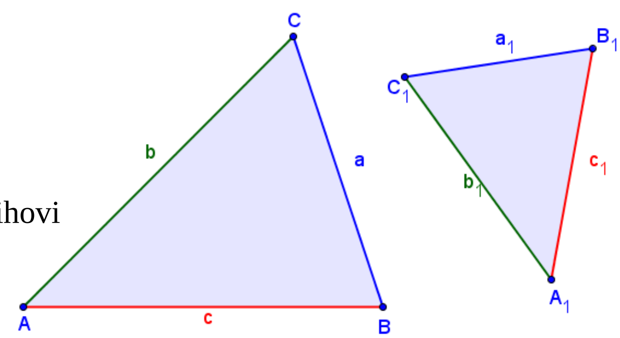


(UU)Ako dva trougla imaju po dva jednaka ugla, tada su oni slični.

(SUS) Ako su dve stranice trougla proporcionalne dvema stranicama drugog trougla i uglovi koje zaklapaju parovi odgovarajućih proporcionalnih stranica su jednaki, tada su ti trouglovi slični. $AB:A_1B_1=AC:A_1C_1=k$ i $\measuredangle A=\measuredangle A_1 \Rightarrow \triangle ABC\sim\triangle A_1B_1C_1$

(SSS) Ako su sve odgovarajuće stranice dva trougla proporcionalne tada su ta dva trougla slična

$AB:A_1B_1=AC:A_1C_1=BC:B_1C_1=k \Rightarrow \triangle ABC\sim\triangle A_1B_1C_1$



Primena sličnosti

Ako se stranice dva slična trougla odnose kao $m:n$, tada se i njihovi

obimi nalaze u istom odnosu, tj. $O:O_1=m:n$,

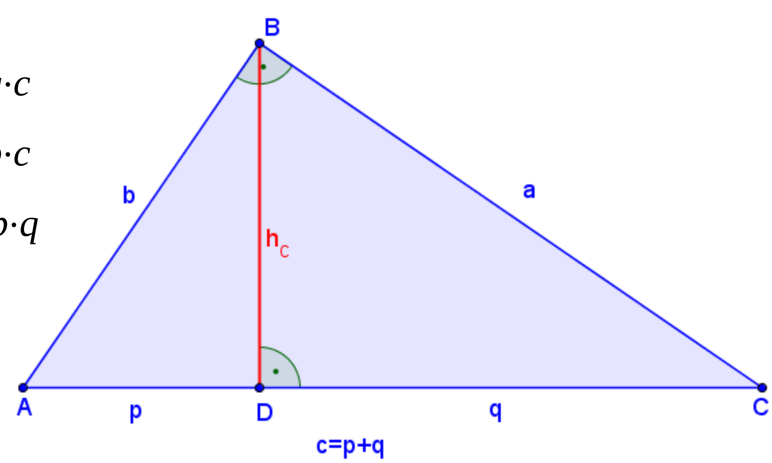
a površine se odnose kao $P:P_1=m^2:n^2$

Primena sličnosti na pravougli trougao

$a^2 = q\cdot c$

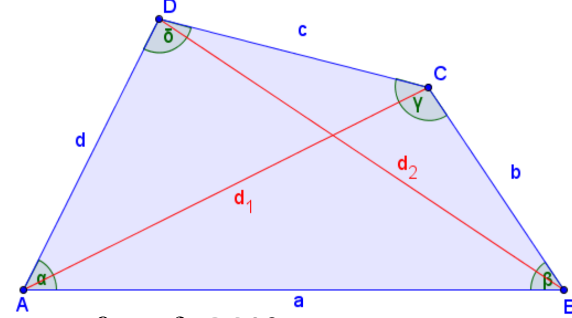
$b^2 = p\cdot c$

$h_c^2 = p\cdot q$



Četvorougao

Opšta svojstva



U svakom četvorouglu zbir unutrašnjih uglova iznosi 360°. $\alpha+\beta+\gamma+\delta=360°$

Zbir spoljašnjih uglova svakog četvorougla iznosi 360°. $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1+\delta_1=360°$

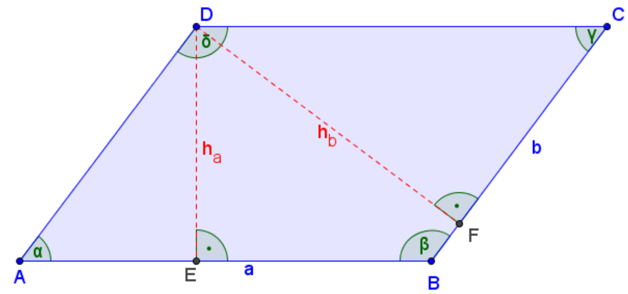
Zbir unutrašnjeg i odgovarajućeg spoljašnjeg ugla četvorougla je opružen ugao.

$$\alpha+\alpha_1=180° \quad \beta+\beta_1=180° \quad \gamma+\gamma_1=180° \quad \delta+\delta_1=180°$$

Duži koje spajaju naspramna temena četvorougla ($d_1=AC$ i $d_2=BD$) zovemo **dijagonale** četvorougla.
Prema paralelnosti naspramnih stranica četvorouglove delimo na:

- **paralelograme** – četvorouglovi koji imaju dva para paralelnih stranica
- **trapeze** – to su četvorouglovi koji imaju samo jedan par paralelnih stranica
- **četvorouglove koji nemaju paralelnih stranica.**

Paralelogram



Svaki paralelogram ima:

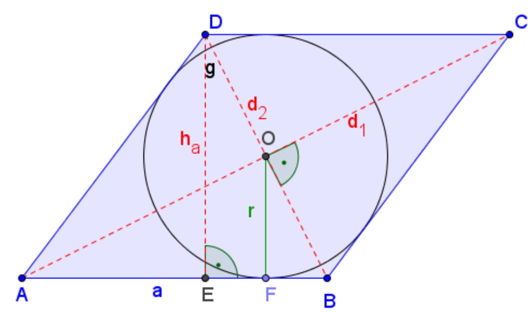
- jednake naspramne stranice: *AB=CD,AD=CB*
- jednake naspramne uglove: ∡*DAB*=∡*BCD*,∡*ABC*=∡*CDA*
- susedne uglove suplementne: ∡*DAB*+∡*ABC*=180°

Visina paralelograma je duž normalna na prave koje sadrže naspramne stranice paralelograma. Visina paralelograma jednaka je rastojanju između paralelnih stranica.

Četvorougao je paralelogram ako važi jedno od sledećih tvrđenja:

- Dve naspramne stranice su jednake i paralelne.
- Naspramne stranice su jednake.
- Naspramni uglovi su jednaki.
- Susedni uglovi su suplementni.
- Dijagonale se polove.

Romb



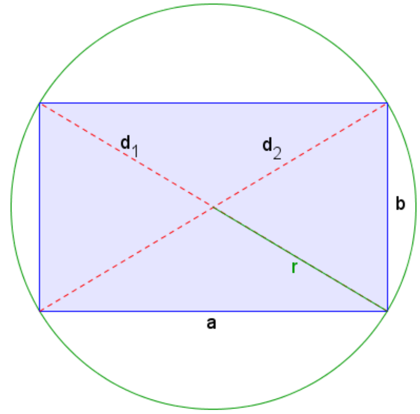
Dijagonale su simetrale uglova romba i međusobno su normalne.

Romb je osnosimetrična figura i ima dve ose simetrije - prave kojima pripadaju njegove dijagonale.
Dijagonale dele romb na četiri podudarna trougla.

U romb se može upisati kružnica. Centar upisane kružnice je zajednička tačka dijagonala romba, a poluprečnik je jednak rastojanju od centra do svake stranice i jednak je polovini visine romba: Oko romba se ne može opisati kružnica.

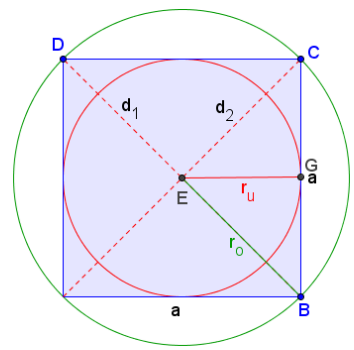
.

Pravougaonik



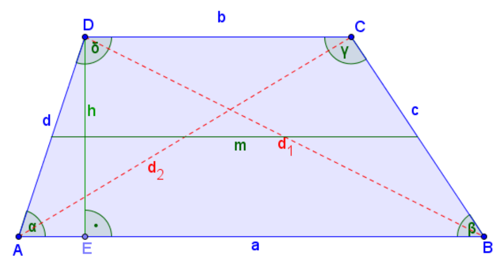
Pravougaonik je paralelogram čiji su uglovi pravi.
Dijagonale pravougaonika su jednake: $d1=d2=d$.
Oko pravougaonika se može opisati kružnica.
Centar opisane kružnice je tačka preseka dijagonala,
a poluprečnik je jednak polovini dijagonale.
U pravougaonik se ne može upisati kružnica.

Kvadrat



Kvadrat je paralelogram s jednakim stranicama i jednakim uglovima.
Dijagonale kvadrata su jednake i polove se pod pravim uglom: $d1=d2=d$
U kvadrat se može upisati kružnica. Oko kvadrata se može opisati kružnica.
Centar opisane i upisane kružnice je presečna tačka dijagonala.
Poluprečnik opisane kružnice je polovina dijagonale: $ro=d/2$, a poluprečnik
upisane kružnice je polovina stranice kvadrata: $ru=a/2$

Trapezi

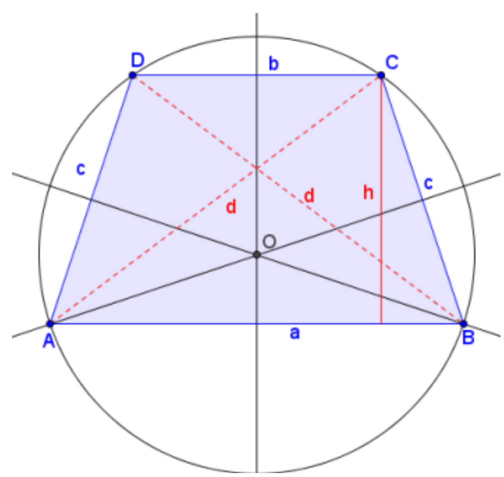


Paralelne osnovice trapeza *ABCD* na slici su *AB* i *DC*, a kraci *AD* i *BC*.
Stranice trapeza obeležavamo kao na crtežu, gde su *a* i *b* dužine osnovica,
a *c* i *d* dužine krakova. Dužine dijagonala trapeza obeležavamo sa *d*1 i *d*2.
Unutrašnji uglovi trapeza na istom kraku su suplementni.

$\alpha+\delta=180°$ $\beta+\gamma=180°$

Srednja linija trapeza je duž koja spaja središta krakova trapeza: $m=\frac{a+b}{2}$

Visina trapeza *h* je duž normalna na prave koje sadrže osnovice i jednaka je rastojanju između osnovica trapeza.

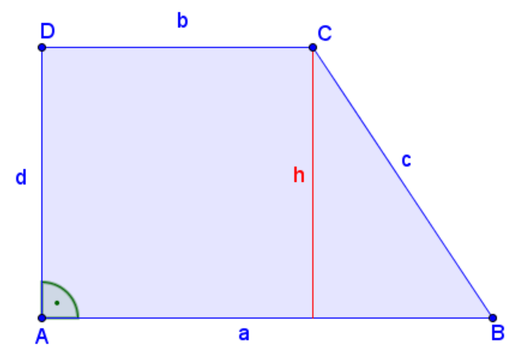


Jednakokraki trapez je trapez čiji su kraci jednaki:

$AB \parallel CD$ $AD = BC$

- Uglovi jednakokrakog trapeza na jednoj osnovici su jednaki.
- Dijagonale jednakokrakog trapeza su jednake.
- Oko jednakokrakog trapeza može se opisati kružnica.
- Simetrale oba kraka i simetrala osnovica seku se u jednoj tački.
- Znamo $a = b + 2x$

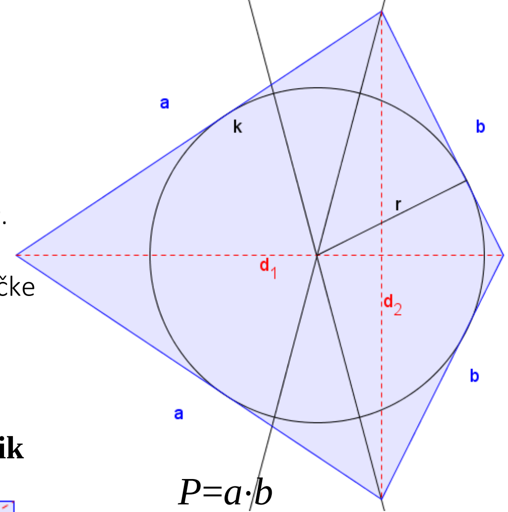
Pravougli trapez je trapez čiji je jedan krak normalan na osnovice:



$AB \parallel CD$ $AD \perp AB$

- $a = b + x$
- Pitagorina teorema $c^2 = h^2 + x^2$

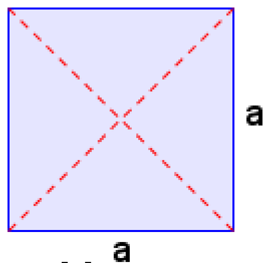
Deltoid



Deltoid je četvorougao koji ima dva para jednakih susednih stranica: *AB=AD* *CB=CD*.
Dijagonala deltoida koja spaja temena koja su zajedničke tačke jednakih stranica je simetrala druge dijagonale. **Osa simetrije** je dijagonala koja spaja temena koja su zajedničke tačke jednakih stranica. U deltoid se može **upisati** kružnica, a ne može opisati kružnica.

Obim i površina

Kvadrat

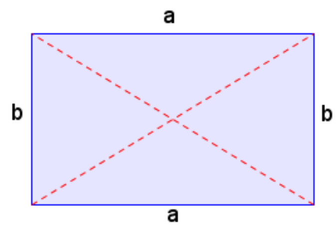


$O=4\cdot a$

$P=a^2$

$P=d^2/2$

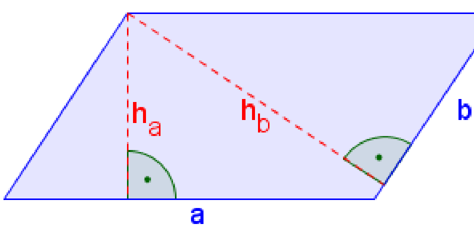
Pravougaonik



$P=a\cdot b$

$O=2\cdot a+2\cdot b$

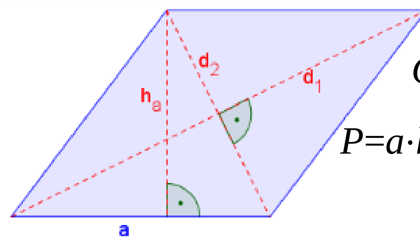
Paralelogram



$O=2\cdot a+2\cdot b$

$P=a\cdot h_a=b\cdot h_b$

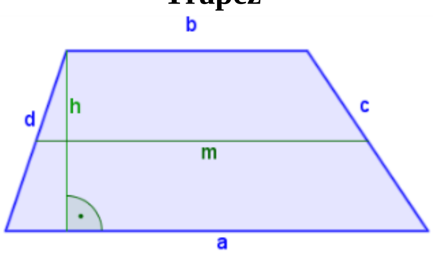
Romb



$O=4\cdot a$

$P=a\cdot h$ $P=d_1\cdot d_2/2$

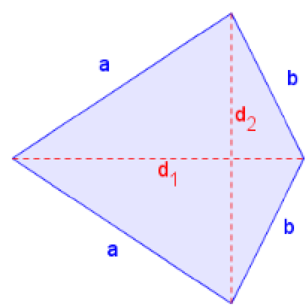
Trapez



$O=a+b+c+d$

$P=\frac{a+b}{2}\cdot h=m\cdot h$

Deltoid



$O=2\cdot a+2\cdot b$

$P=d_1\cdot d_2/2$

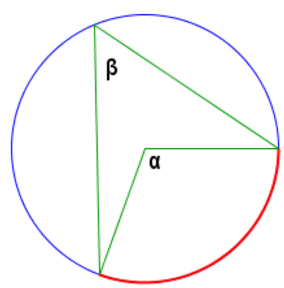
Krug

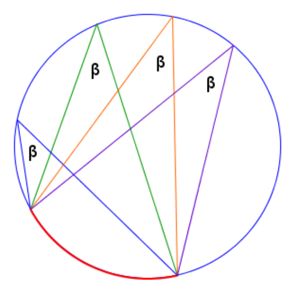
Centralni i periferijski ugao kruga

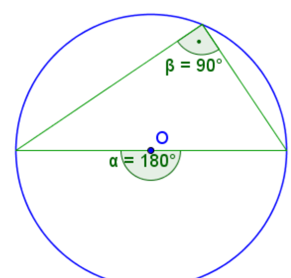
Centralni ugao kruga dva puta je veći od periferijskog ugla nad istim lukom. $\alpha=2\beta$

Svi periferijski uglovi nad istim lukom su jednaki.

Ugao nad prečnikom je prav.

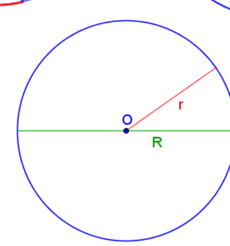






Obim i površina kruga i delova

Obim kruga jednak je proizvodu prečnika kruga i konstante π $O=2r\pi=R\pi$

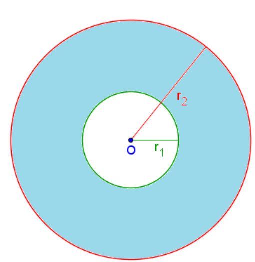


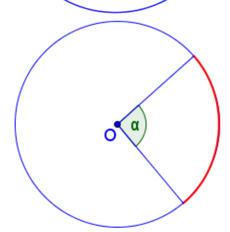
Dužina luka $l=r\cdot\pi\cdot\alpha/180°$

Površina kruga $P=r^2\pi$

Površina kružnog isečka $Pi=\frac{r2\pi\alpha}{360°}=r\cdot l/2$

Površina prstena $P=r_2^2\pi-r_1^2\pi=(r_2^2-r_1^2)\pi$





Mnogougao

Opšta svojstva mnogougla

n je broj temena, stranica ili uglova mnogougla.

Broj dijagonala koje se mogu povući iz jednog temena mnogougla $d_n = n - 3$

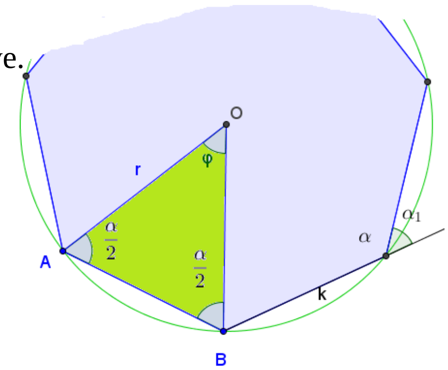
Broj dijagonala mnogougla $D_n = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$

Zbir unutrašnjih uglova mnogougla $S_n = (n-2) \cdot 180°$

Zbir spoljašnjih uglova mnogougla iznosi $S'_n = 360°$

Pravilni mnogouglovi

Pravilni mnogougao je mnogougao koji ima jednake stranice i jednake uglove.

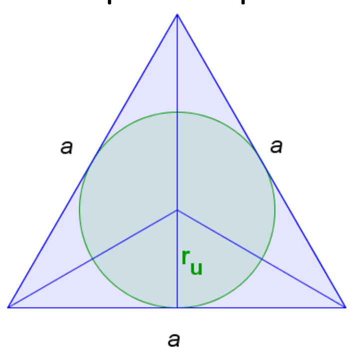


Unutrašnji ugao pravilnog mnogougla $\alpha = \frac{S_n}{n} = \frac{(n-2)}{n} \cdot 180°$

Spoljašnji ugao pravilnog mnogougla $\alpha_1 = \frac{360°}{n}$ $\alpha_1 = 180° - \alpha$

Centralni ugao pravilnog mnogougla $\varphi = \frac{360°}{n} = \alpha_1$

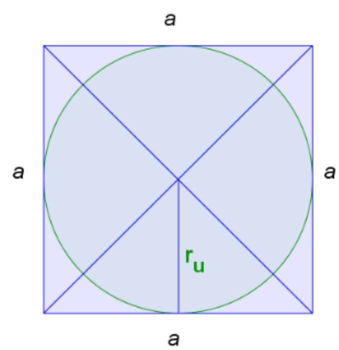
Obim i površina pravilnog mnogougla



$P_3 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$O = 3 \cdot a$

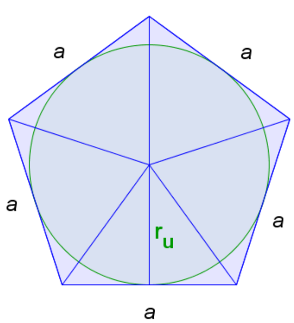
$P = 3 \cdot \frac{a \cdot r_u}{2}$



$P_4 = a^2 = d^2/2$

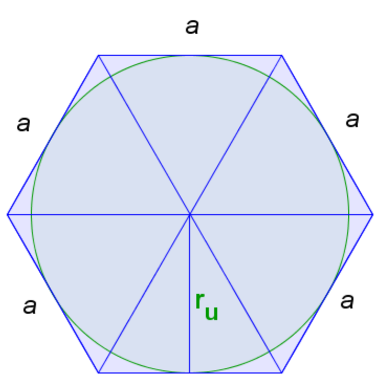
$O = 4 \cdot a$

$P = 4 \cdot \frac{a \cdot r_u}{2}$



$O = 5 \cdot a$

$P = 5 \cdot \frac{a \cdot r_u}{2}$



$O = 6 \cdot a$

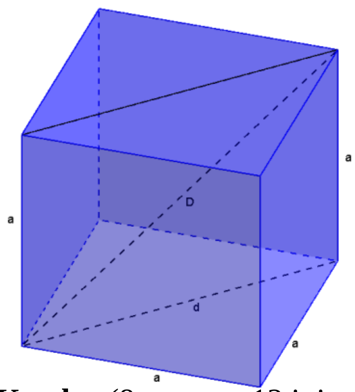
$P_6 = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$P = 6 \cdot \frac{a \cdot r_u}{2}$

Prizma

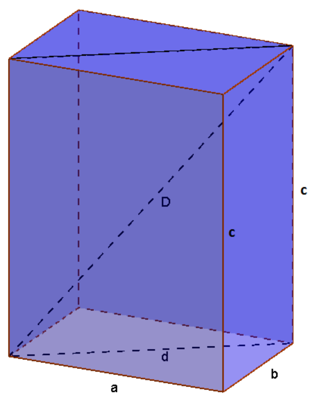
$$P=2B+M$$
$$V=B\cdot H$$
$$M=O_B\cdot H$$

Kocka (8 temena, 12 jednakih ivica, 6 podudarnih strana - kvadrati)



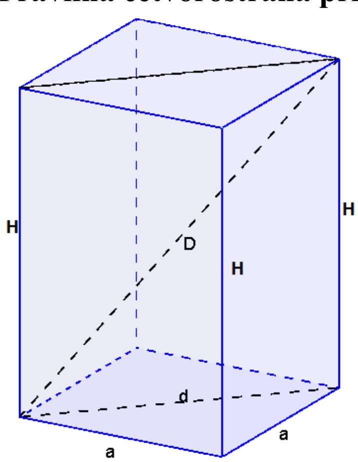
$$P=6a^2$$
$$V=a^3$$
$$d=a\sqrt{2}$$
$$D=a\sqrt{3}$$
$$P_{DP}=a\sqrt{2}$$

Kvadar (8 temena, 12 ivica, 3 para jednakih strana - pravougaonici)



$$P=2(ab+ac+bc)$$
$$V=abc$$
$$d=\sqrt{a^2+b^2}$$
$$D=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$
$$P_{DP}=c\cdot d$$

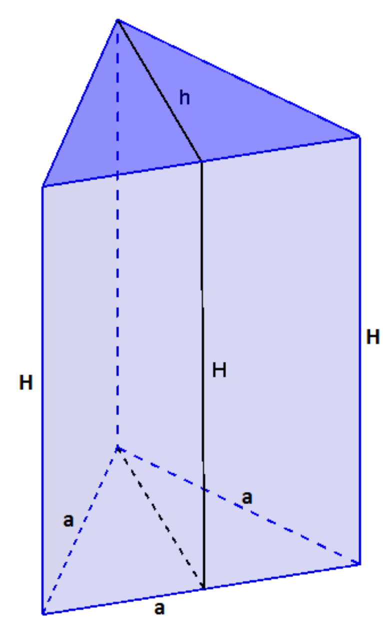
Pravilna četvorostrana prizma (osnova je kvadrat)



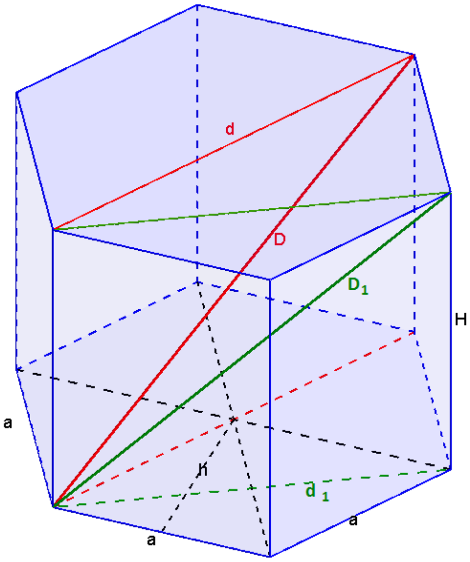
$$B=a^2 \qquad M=4aH$$
$$P=2a^2+4aH \qquad V=a^2H$$
$$d=a\sqrt{2} \qquad D=\sqrt{a^2+H^2}$$
$$P_{DP}=a\sqrt{2}H$$

Pravilna trostrana prizma (osnova je jednakostranični trougao)

$$B=\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad M=3aH$$
$$P=2\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+3aH \qquad h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$
$$V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot H$$



Pravilna šestostrana prizma (osnova je pravilni šestougao)



$$B=6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad M=6aH$$

$$P=3a^2\sqrt{3}+6aH$$

$$V=3a_{2}3\sqrt{2}\cdot H$$

$$r_u=h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$d=2a \qquad d_1=a\sqrt{3}$$

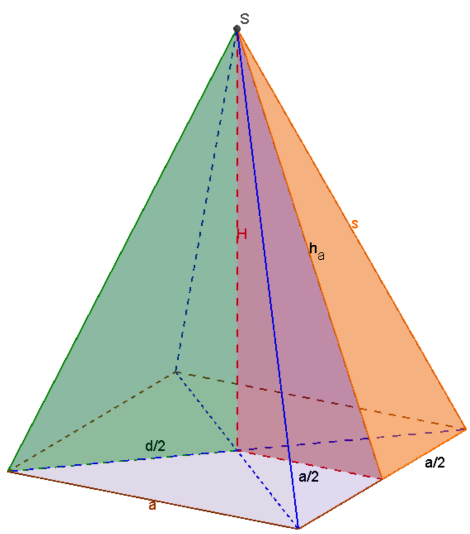
$$D^2=d^2+H^2 \qquad D_1{}^2=d_1{}^2+H^2$$

Piramida

$$P=B+M$$

$$V=B\cdot H/3=\frac{1}{3}\cdot B\cdot H$$

Pravilna četvorostrana piramida (osnova je kvadrat)



$$B=a^2 \qquad M=4\cdot\frac{a\cdot h_a}{2}=2\cdot a\cdot h_a$$

$$P=a^2+2ah_a \qquad V=\frac{a^2H}{3}$$

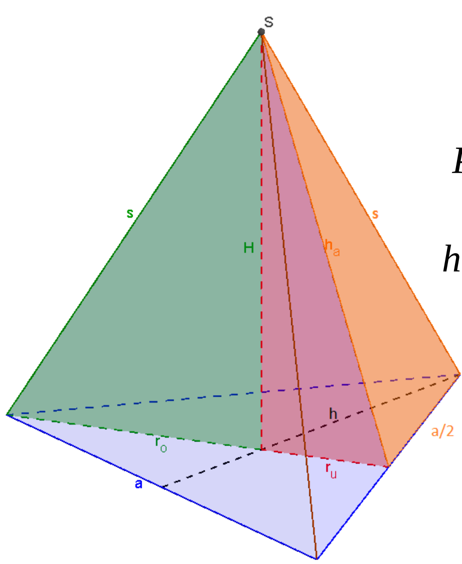
$$d=a\sqrt{2} \qquad P_{DP}=\frac{d\cdot H}{2}$$

$$h_a{}^2=H^2+(a/2)^2$$

$$s^2=h_a{}^2+(a/2)^2$$

$$s^2=H^2+(d/2)^2$$

Pravilna trostrana piramida (osnova je jednakostranični trougao)



$$B=\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad M=3\cdot\frac{a\cdot h_a}{2}$$

$$P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+3\cdot\frac{a\cdot h_a}{2} \qquad V=\frac{a^2H\sqrt{3}}{12}$$

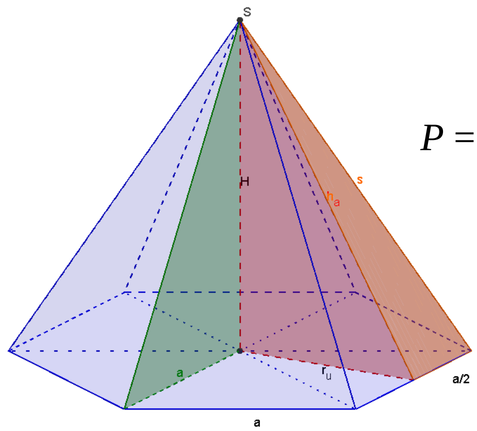
$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad r_u=\frac{a\sqrt{3}}{6} \qquad r_o=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$h^2{}_a=H^2+r^2{}_u$$

$$s^2=h^2{}_a+(a/2)^2$$

$$s^2=H^2+r^2{}_o$$

Pravilna šestostrana piramida (osnova je pravilni šestougao)



$$B = 6\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad M = \frac{6\cdot a\cdot h_a}{2} = 3\cdot a\cdot h_a$$

$$P = 3\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3\cdot a\cdot h_a \qquad V = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}\cdot H$$

$$r_u = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad r_o = a$$

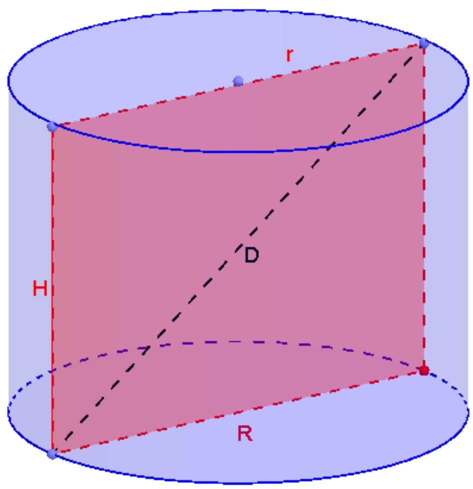
$$d = 2a \qquad d_1 = a\sqrt{3}$$

$$h_a^2 = H^2 + r_u^2$$

$$s^2 = h_a^2 + (a/2)^2$$

$$s^2 = H^2 + a^2$$

Valjak



$$P = 2B + M$$

$$V = B\cdot H$$

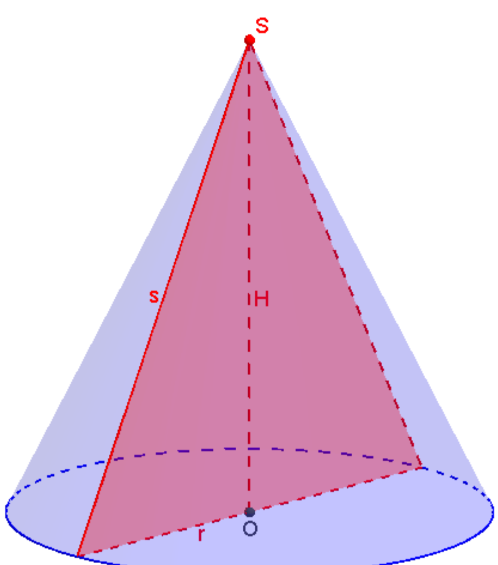
$$B = r^2\pi \qquad O_B = 2r\pi$$

$$M = 2r\pi\cdot H$$

$$D^2 = R^2 + H^2$$

$$P_{OP} = R\cdot H$$

Kupa



$$P = B + M$$

$$V = \frac{B\cdot H}{3}$$

$$B = r^2\pi$$

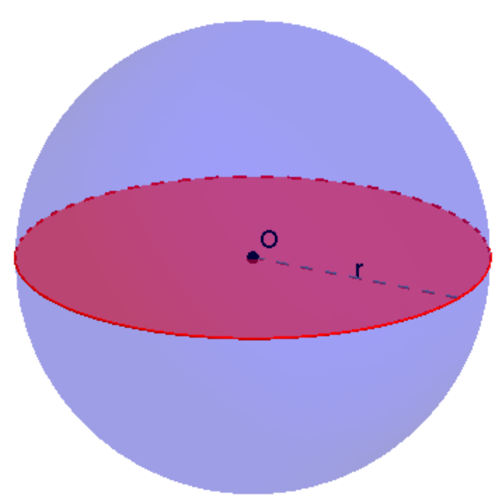
$$O_B = 2r\pi$$

$$M = r\pi s$$

$$s^2 = r^2 + H^2$$

$$P_{OP} = r\cdot H$$

Lopta



$$P = 4r^2\pi$$

$$V = \frac{4}{3}r^3\pi$$